

АННОТАЦИЯ

диссертационной работы Алтыбай Аршын на тему: «**Разработка высокопроизводительных параллельных алгоритмов и программного комплекса для моделирования уравнений гиперболического типа с сингулярными коэффициентами: распространение цунами и акустических волн**», представленной на соискание степени доктора философии (PhD) по специальности «6D075100-Информатика, вычислительная техника и управление»

Актуальность темы исследования. В настоящее время случайно происходящие и быстро меняющиеся физические процессы приводят к огромным экологическим и экономическим проблемам. Поэтому моделирование таких процессов очень важно. Многие такие задачи моделируются уравнениями гиперболического типа с сингулярными коэффициентами.

Если предположить, что самое тяжелое цунами в ближайшие годы произошло 26 декабря 2004 года, землетрясение магнитудой 9,1 произошло на севере Индонезии, затронув 14 государств в Индийском океане, в результате чего погибли около 230 000 человек. 17 июля 2006 года в городе Пангандаран произошло землетрясение магнитудой 7,7, образовавшееся цунами высотой 2 м, которое унесло жизни более 300 человек. 11 марта 2011 года около Тохоку землетрясение магнитудой 9,0 вызвало сильное цунами, в результате которого погибли более 18 000 человек.

В Каспийском море в последние годы очень часто происходят землетрясения, например, 10 землетрясений в 2016 году, 12 землетрясений в 2017 году, последнее землетрясение в феврале 2020 года. Согласно историческим данным, в 957 году в Каспийском море произошло землетрясение, которое разрушило 15 населенных пунктов в иранском регионе. 14 мая 1970 года в результате землетрясения в Буйнакском районе недалеко от эпицентра Махачкалы произошло цунами в Каспийском море, в результате которого было затоплено 20 населенных пунктов, погибли 31 человек и 45 тысяч остались без дома. В начале 2000 года российский Институт Океанографии выпустил брошюру «цунами в Каспийском море», предполагающую, что высота волны цунами в Каспийском и Черном морях составит 3 метра. Поэтому моделирование и прогнозирование волн цунами на побережье очень важно.

В соответствии со знаменитой работой Шварца об отсутствии классических решений уравнений с дистрибутивным сингулярным коэффициентом решение таких проблем является открытой проблемой, многие исследователи предлагают различные способы решения таких задач, один из которых использует концепцию очень слабых решений. То есть в данной работе рассматривается очень слабое решение уравнения цунами с

сингулярным коэффициентом, и оно учитывается при теоретическом исследовании его единственности и сходимости.

Моделирование физических процессов, упомянутых выше, в больших масштабах и в течение длительного времени требует больших вычислительных затрат. Если вычислительный алгоритм является последовательным, то вычислительные затраты еще больше. Временным решением этой проблемы является распараллеливание.

Эффективное распараллеливание численных методов и алгоритмов на многоядерном процессоре появилось в 2004 году из-за того, что физический предел вынудил использовать больше процессоров на кристалле кремния.

Многие инженерные и научные приложения часто требуют одновременного решения большого количества уравнений с переменными коэффициентами. Основная цель диссертационной работы - использовать вычислительную мощность различных современных архитектур параллельных процессоров для увеличения скорости вычислений некоторых математических задач путем предоставления новых алгоритмов и решений.

Цель диссертационной работы. Разработка высокопроизводительных параллельных алгоритмов и программного комплекса для численного решения уравнений гиперболического типа с сингулярными коэффициентами, таких как уравнение цунами и акустической волны.

Задачи исследования, реализующие цель диссертационной работы:

1) Разработать и проанализировать конечно-разностные схемы для уравнений 1D и 2D гиперболического типа, а также разработать и изучить неявную конечно-разностную схему для уравнений гиперболического типа;

2) численное решение уравнения цунами и акустической волны в одном и двух измерениях с использованием неявной конечно-разностной схемы;

3) Распараллеливать последовательные алгоритмы с использованием технологий CUDA и MPI;

4) Разработать программный комплекс для исследования волнового уравнения с сингулярными коэффициентами.

Объект исследования. Высокопроизводительные параллельные вычисления, численные методы, технологии параллельного программирования, уравнения в частных производных гиперболического типа с сингулярными коэффициентами, конечно-разностные схемы, средства разработки программных приложений.

Предмет исследования. Численный анализ, численные методы, параллельные численные алгоритмы решения трехдиагональных систем, технологии разработки программного обеспечения.

Научная новизна. Доказательство существования, единственности и непротиворечивости очень слабых решений уравнения цунами и обоснование численным моделированием.

Разработка параллельного алгоритма численного решения двумерного волнового уравнения с сингулярным коэффициентом с использованием технологии MPI на основе неявной разностной схемы.

Разработка параллельного алгоритма численного решения двумерного уравнения цунами с использованием технологии CUDA на основе неявной разностной схемы.

Разработка параллельного гибридного алгоритма численного решения двумерного волнового уравнения акустики на основе неявной разностной схемы.

Разработка кроссплатформенного программного комплекса с открытым исходным кодом для численного решения и исследования уравнений гиперболического типа с сингулярными коэффициентами.

Основное положение защиты

- Доказательство существования, единственности и непротиворечивости очень слабых решений уравнения цунами и обоснование численным моделированием.
- Разработанный параллельный вычислительный алгоритм для численного решения двумерного волнового уравнения с сингулярными коэффициентами.
- Разработанный параллельный алгоритм численного решения двумерного уравнения цунами с использованием технологии CUDA.
- Разработанный параллельный гибридный алгоритм численного решения двумерного волнового уравнения акустики.
- Разработанный программный комплекс для исследования уравнений гиперболического типа с сингулярными коэффициентами.

Теоретическая значимость этой работы заключается в существовании, уникальности и непротиворечивости очень слабых решений уравнения цунами и подтверждается численным моделированием.

Практическая значимость работы

Разработанные параллельные алгоритмы численного решения гиперболических уравнений с сингулярными коэффициентами применяются для моделирования цунами в Каспийском море. Разработанное программное обеспечение может быть использовано для исследования волн в неоднородных средах в различных областях науки.

Объем и структура работы. Диссертационная работа состоит из введения, 3 глав и заключения, списка использованной литературы и приложения. Общий объем диссертации 99 страниц, 40 рисунков, 8 таблиц. Список использованной литературы состоит из 89 литературы.

Во введении обсуждается актуальность темы диссертационной работы, цели, а также задачи для достижения этой цели. Описаны полученные к настоящему времени результаты, их научная новизна и значимость.

В первой главе мы представляем математические модели уравнений гиперболического типа с сингулярными коэффициентами, таких как уравнение цунами и акустической волны. Затем мы преобразуем частные дифференциальные уравнения в конечные разностные схемы. Сравниваем явные и неявные конечно-разностные схемы, в результате сравнения выбираем неявную схему для нашей дальнейшей реализации. В этой главе

мы также теоретически доказываем, что существование, единственность и непротиворечивость очень слабых решений уравнения цунами и обоснуем численным моделированием.

В конце этой главы мы будем использовать нашу модель для изучения цунами в Каспийском море, проведем численное моделирование и сделаем различные прогнозы относительно того, насколько высоко цунами достигнет берега, в зависимости от высоты первой волны.

Во второй главе мы рассматриваем параллельную численную реализацию волновых уравнений гиперболического типа. Во-первых, мы представляем MPI-реализацию двумерного волнового уравнения с коэффициентом распределения, затем реализацию CUDA двумерного волнового уравнения цунами и соответствующие результаты вычислений.

Во-вторых, мы реализуем параллельный алгоритм численного решения двумерного уравнения цунами с использованием технологии CUDA, реализуемой здесь с использованием метода циклической редукции на основе неявной разностной схемы и представим соответствующие результаты расчетов.

В конце этой главы мы представляем гибридную реализацию задачи акустической волны, а затем сравниваем результаты различных реализаций. В гибридной реализации, совместном использовании технологий Open MP, CUDA и MPI для решения одной проблемы, результат вычислений показывает, что эта реализация дает хорошие результаты.

В третьей главе описан программный комплекс для исследования волнового уравнения с сингулярными коэффициентами. Это кроссплатформенное программное обеспечение с открытым исходным кодом, написанное на одном из современных языков программирования Python. Это программное обеспечение поможет исследователям, которые исследуют уравнения гиперболического типа с сингулярными коэффициентами.

В заключении представлены выводы диссертационной работы.

Уровень достоверности и результаты апробации. Результаты научно-исследовательской работы обсуждались на научных семинарах кафедры информатики КазНУ им. аль-Фараби и докладывались на следующих международных конференциях:

1. Международной научной конференции студентов и молодых ученых
2. «Фараби элeмi» Алматы, Казахстан, 10-12 апреля 2018 года
3. XLII Международной научно-практической конференции на тему: «Инновационные технологии на транспорте: образование, наука, практика» в рамках реализации Послания Президента РК Н. Назарбаева «Новые возможности развития в условиях четвертой промышленной революции», 18 апреля 2018 года
4. Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Фараби элeмi» Алматы, Казахстан, 6-9 апреля 2020 года

По теме диссертации опубликованы 12 статей:

1. Altybay A., Ruzhansky M., Tokmagambetov N. Wave equation with distributional propagation speed and mass term: numerical simulations. // *Applied Mathematics E-Notes*. – 2019. – Vol. 19. – P. 552-562. (Scopus, Q3)
2. Altybay A., Ruzhansky M., Tokmagambetov N. A parallel hybrid implementation of the 2D acoustic wave equation // *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*. – 2020. – Vol. 21, Iss. 7-8. – P. 821-827 (Scopus, Q2)
3. Altybay A., Ruzhansky M., Sebih M. E., Tokmagambetov N. Fractional Klein-Gordon equation with singular mass // *Chaos, Solitons & Fractals*, 2021. – Vol. 143. – P. 110579-110647. (Scopus, Q1)
4. Altybay A., Ruzhansky M., Sebih M. E., Tokmagambetov N The heat equation with strongly singular potentials // *Applied Mathematics and Computation*, – 2021. – Vol. 399. – P. 126-132. (Scopus, Q1)
5. Altybay A., Ruzhansky M., Sebih M. E., Tokmagambetov N. Fractional schrödinger equation with singular potentials // *Reports on Mathematical Physics*, . – 2021. – Vol. 87. №1. – P. 129-144 (Scopus, Q3)
6. Arshyn Altybay, Niyaz Tokmagambetov. On numerical simulations of the 1D wave equation with a distributional coefficient and source term. *International Journal of Mathematics and Physics*. Al-Farabi Kazakh national university. Volume 8, Number 2, 2017. ISSN 2218-7987.
7. Altybay A., Tokmagambetov N. A parallel algorithm for solving the two-dimensional wave equation with a singular coefficient // *KazNTU Bulletin*. – 2019. – Vol. 1. – P. 404-410.
8. Altybay A., Tokmagambetov N. MPI parallel implement of a wave equation using an implicit finite difference scheme. // *KBTU Bulletin*. – 2020. №1(52). – P. 112-120.
9. Altybay A., Tokmagambetov N. GPU computing for 2d wave equation based on implicit finite difference schemes // *Bulletin NIA RK*. – 2020. №3(77). – P. 32-42.
10. Altybay A. Numerical simulation of one hyperbolic type equation with a delta-like coefficient // *International Scientific Conference of Students and Young Scientists «Farabi alemi»*, Almaty, Kazakhstan, – 2018. – P. 188-189.
11. Altybay A. On numerical simulations of the 1d wave equation with a distributional coefficient. comparison of the cases with neumann and dirichlet boundary conditions // *XLII Международной научно-практической конференции на тему: «Инновационные технологии на транспорте: образование, наука, практика»*. – 2018. – Vol. 2. – P. 323-324.
12. Altybay A. Numerical simulation of tsunami equation and GPU computing // *International Scientific Conference of Students and Young Scientists «Farabi alemi»*, Almaty, Kazakhstan. – 2020. – P. 10-11.